

基于鲁棒均值-方差优化的发电自调度算法及鲁棒代价分析

丁涛¹, 柏瑞², 孙宏斌¹, 黄灿³, 李方兴³

- (1. 电力系统及发电设备控制和仿真国家重点实验室(清华大学电机系), 北京市 海淀区 100084;
2. 美国中西部电网独立输电系统运行公司, 明尼苏达州 圣保罗 55108;
3. 美国田纳西大学电气工程与计算机科学系, 田纳西州 诺克斯维尔 37996)

Robust Mean-Variance Optimization for Self-scheduling of Thermal Producer and Its Price of Robustness

DING Tao¹, BO Rui², SUN Hongbin¹, HUANG Can³, LI Fangxing³

- (1. State Key Lab of Control and Simulation of Power Systems and Generation Equipment(Department of Electrical Engineering, Tsinghua University), Haidian District, Beijing 100084, China; 2. Midwest ISO, Street Paul 55108, MN, USA;
3. Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Tennessee Knoxville, TN 37996, USA)

ABSTRACT: In deregulated electricity markets, generation companies with the aim of maximum revenue need to provide trading strategies to the electricity trading market, which contributed to a self-scheduling model. When considering the uncertainty of price, the trading strategies are required to maximize the revenue as well as minimizing the risks brought by uncertainties. In this paper, a multi-objective robust mean-variance model was proposed to solve the above problem and the Pareto frontier of the multi-objective optimization was obtained. Moreover, the proposed robust mean-variance model could be equivalently transformed into a non-robust mean-variance model which was casted as a second-order cone programming (SOCP) optimization. The price of robustness to benefits, risks, and the Pareto frontier were analyzed. Finally, the robust mean-variance model based self-scheduling model optimization and its budget of robustness were tested on a 30-bus system. The simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method and analysis.

KEY WORDS: self-scheduling model; second order cone programming (SOCP); semi-definite programming (SDP); multi-objective programming; robust mean-variance optimization; Pareto front; locational marginal prices (LMPs)

摘要: 解除管制电力市场背景下, 发电厂商作为价格的接受

者, 需向电力交易中心提供发电交易策略来最大化自身的收益, 从而形成发电自调度的优化模型。然而, 当考虑电价不确定性时, 发电商一方面希望最大化收益, 另一方面需要最小化不确定性带来的风险。为此, 该文建立了一种鲁棒均值方差优化模型, 以收益最大化和风险最小化为多目标, 进而获得多目标优化的 Pareto 前沿。通过等价转化发现, 鲁棒均值方差模型与非鲁棒均值方差模型具有相同的数学形式, 均为一个二阶锥优化。进一步分析了鲁棒模型对收益、风险以及 Pareto 前沿的代价。最后采用 30 节点系统对鲁棒均值方差优化的发电厂自调度模型以及鲁棒代价进行详细的分析和对比, 结果证明提出方法和分析的正确性。

关键词: 发电自调度; 二阶锥规划; 半正定规划; 多目标优化; 鲁棒均值-方差优化; 帕累托前沿; 节点电价

0 引言

在解除管制的电力市场体制下, 发电商和消费者通过联营交易模式, 提供相应的供给和需求, 然后由电网运营机构给出适当的市场出清规则。在这种模式下, 电网运营机构直接决定各发电商的交易计划并负责实时平衡, 以保证系统的安全和对用户的可靠供电^[1-3]。而发电厂商在参与联营交易模式时, 可以视为价格的接受者, 其自身并不能控制市场价格, 而是通过对电价的预测, 以最大化自身的利益为目标, 从而向联营交易提交相应的发电计划。然而, 属于同一个发电厂商的发电机机组通常在电力系统中处于不同的位置, 因此发电厂商在逐

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(973项目)(2013CB228203); 国家杰出青年科学基金(51025725)。

The National Basic Research Program of China (973 Program) (2013CB228203); National Science Fund for Distinguished Young Scholars (51025725).

利的过程中,必须考虑电网的安全约束条件。而节点电价反映了电网传输功率阻塞的实际情况,所以发电厂商在做分析和决策时,通常采用节点电价。此外还必须考虑每台机组的发电容量约束。

发电自调度的优化模型可以看成是经济学的一种组合投资优化模型^[4-8]。决策过程中对节点电价的预测总是存在一定的偏差,这使得决策者的竞价策略不可避免具有一定的风险性。因此,决策者在投资的过程中不仅要考虑利益最大化的问题,同时还应该考虑投资风险最小化的目标。为此,均值方差优化在发电厂自调度模型中得到广泛的研究。文献[9]考虑日前的机组组合的基础上,提出了基于均值方差的混合整数二次规划的优化模型;文献[10]提出日前市场的发电自调度模型,通过预测各时段的电价以及各时段电价的协方差矩阵,但没有考虑网络的安全约束;文献[11]则针对不确定性提出一种基于非概率形式的信息差决策理论的均值方差模型,来处理短期发电自调度问题;文献[12]提出一种基于 CVar 的鲁棒均值方差优化的实时市场的发电自调度模型,并认为节点电价的不确定性服从高斯分布,通过风险评估工具 CVar 将由于节点电价不确定性导致的收益损失量用一定的置信量界定,进而得到了在该置信水平下的鲁棒优化模型;文献[13]考虑在节点电价不确定集合为椭圆情况下的均值方差模型,并将电价的扰动视为正态分布,得到保证收益在一定置信区间下的优化模型,进而等价转换为一个二阶锥规划模型;文献[14]则考虑节点电价预测值和协方差矩阵均为不确定量的最差情况下的优化解,得到半正定规划模型,但该模型较协方差已知下的均值方差模型要复杂很多。

本文在组合投资优化理论上,首先通过统计特性给出节点电价不确定性集合,进而导出发电自调度模型在不确定集合下的鲁棒均值方差优化模型,并证明该鲁棒优化模型与非鲁棒均值方差模型具有相同的二阶锥规划数学形式,进而文章详细分析了鲁棒模型对收益、风险以及 Pareto 前沿的代价。

1 发电自调度优化模型

发电自调度优化模型不同与传统最优潮流或者经济调度模型的是,其模型中并不要求考虑发电与负荷的功率平衡关系。这是因为在解除管制的电力市场下,发电厂商只关心自身的利益,希望发电

集团的利益最大化,因此发电量只能满足部分负荷要求,而最终发电和负荷的平衡问题则是电网独立输电系统运行公司(independent system operator, ISO)的责任,进而给出市场的出清价格。因此,发电厂商可以视为价格的接受者,根据预测的市场价格而逐利,使利润最大化,从而给出各个机组的出力。需要说明的是,市场通常采用节点电价(locational marginal prices, LMPs)进行结算^[15-17]。为此,针对系统中的某发电商,其发电自调度的优化模型可以描述如下。

模型目标函数可表示为:

$$\max_{P_g} \mathbf{u}^T P_g - C(P_g) \quad (1)$$

$$C(P_g) = \sum_{i=1}^{N_g} (a_i P_{g,i}^2 + b_i P_{g,i} + c_i) \quad (2)$$

式中: a_i 、 b_i 和 c_i 分别为二次成本函数系数; N_g 为系统中属于该发电商的传统火电机组个数; $P_{g,i}$ 为火电机组 i 的有功出力; \mathbf{u} 为系统的节点电价向量表示。

模型约束条件包括以下组成部分。

1) 功率约束:

$$\sum_{i=1}^{N_g} P_{g,i} \leq \sum_{j=1}^{N_d} P_{d,j} \quad (3)$$

式中: $P_{d,j}(t)$ 为负荷 j 的需求量; N_d 为负荷的个数。

2) 火电机组出力约束:

$$P_{g,i}^{\min} \leq P_{g,i} \leq P_{g,i}^{\max}, \quad i=1,2,\dots,N_g \quad (4)$$

式中 $P_{g,i}^{\min}$ 、 $P_{g,i}^{\max}$ 分别为火电机组 i 出力的上下限。

3) 电网的传输功率约束:

$$-P_{b,l}^{\max} \leq P_{b,l} \leq P_{b,l}^{\max}, \quad l=1,2,\dots,N_l \quad (5)$$

式中: $P_{b,l}^{\max}$ 表示支路 l (首端节点为 i ,末端节点为 j)的最大传输功率; N_l 为线路的条数。式(5)可通过网络转移分布因子,将支路传输功率转化为节点注入功率的表达式,即:

$$-P_{b,l}^{\max} \leq \sum_{i=1}^{N_g} G_{l,i} P_{g,i} - \sum_{j=1}^{N_d} H_{l,j} P_{d,j} \leq P_{b,l}^{\max} \quad (6)$$

式中 $G_{l,k}$ 和 $H_{l,k}$ 为网络的转移分布因子,分别表征支路传输功率与发电节点和负荷节点注入功率的灵敏度信息。

可以看出,上述1)~3)的约束条件构成了发电机出力的单纯形约束集,可记为矩阵形式:

$$\Omega = \{P_g \mid b_{\min} \leq AP_g \leq b_{\max}\} \quad (7)$$

2 发电自调度鲁棒均值方差优化

式(1)建立的发电自调度优化模型必须在节点电价已知的情况下才能进行求解。然而，实际中，发电厂商需要提前对系统的节点电价进行预测从而进行发电的优化。然而，根据经济学原理，收益越大，其风险也越大，而风险一般通过收益的方差来表征。因此，发电厂商在节点电价不确定性的情况下，其追逐的目标就有 2 个：一是最大化利润，二是最小化风险，这就构成了一般的均值方差模型。但由于这 2 个目标通常是矛盾的，因此需要进行权衡。为此，需要根据历史数据对节点电价的均值和方差进行估计和预测。设预测的节点电价为 \bar{u} ，其协方差矩阵为 $\bar{\Sigma}$ ，则收益的期望可表示为式(8)，其风险可表示为式(5)。

$$c_p = E(u^T P_g - C(P_g)) = \bar{u}^T P_g - C(P_g) \quad (8)$$

$$c_r = \sqrt{\text{cov}(u^T P_g - C(P_g))} = \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \quad (9)$$

式中： $E(\cdot)$ 表示期望； $\text{cov}(\cdot)$ 表示方差。

则经典的均值方差模型可表示为

$$\begin{cases} \max_{P_g \in \Omega} \bar{u}^T P_g - C(P_g) \\ \min_{P_g \in \Omega} \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \end{cases} \quad (10)$$

通过引入风险系数 β ，可将这个多目标优化模型转为单目标优化模型，如式(11)所示。该风险系数取值为 $[0, +\infty]$ 表征发电商对市场风险和期望的权衡程度， β 越大表明发电商越具有保守心理，则风险和收益相对较低；而 β 越小表明发电商越具冒险性，风险和收益越高，这也符合市场中“高风险高收益”的规律。

$$F(\beta) = \max_{P_g \in \Omega} \bar{u}^T P_g - C(P_g) - \beta \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \quad (11)$$

不难看出，式(11)的优化解是依赖于风险系数的，不同的风险系数 β 会得到不同的优化结果，因此其优化解可视为 β 的函数 $F(\beta)$ 。此时，式(8)和式(9)定义的收益及风险也为 β 的函数，当 β 从 0 变化到 $+\infty$ 时， $(c_r(\beta), c_p(\beta))$ 的轨迹构成该多目标模型的 Pareto 前沿^[18]，该 Pareto 前沿上的优化解被认为是具有最好效率。

然而，节点电价的估计 \bar{u} 总存在一定的误差，使得 Pareto 前沿有一定的偏差。为此，文章在不确

定的环境下建立一定鲁棒的均值方差模型，该鲁棒模型的思路是希望能够在电价预测最差的情况下得到式(11)的最好结果。首先，需对不确定性进行建模，文献[12-13]指出，实际节点电价为 u ，并且服从联合正态分布，方差为 $\bar{\Sigma}$ 。则根据文献[19]的统计学结果，可以证明式(12)服从自由度为 N_g 的卡方分布。

$$\frac{T(T - N_g)}{(T - 1)N_g} (u - \bar{u})^T \bar{\Sigma}^{-1} (u - \bar{u}) \sim \chi^2(N_g) \quad (12)$$

式中 T 为得到节点电价 \bar{u} 估计所采用的采样数。

若给定置信度 q ，则节点电价的不确定集可以表示为

$$\begin{cases} \Theta = \{u \mid (u - \bar{u})^T \bar{\Sigma}^{-1} (u - \bar{u}) \leq \xi\} \\ \xi = \frac{(T - 1)N_g}{T(T - N_g)} q \end{cases} \quad (13)$$

在式(13)定义的不确定集下，鲁棒均值方差模型可以表示为

$$R(\beta) = \max_{P_g \in \Omega} \min_{u \in \Theta} \bar{u}^T P_g - C(P_g) - \beta \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \quad (14)$$

对式(14)进行化简，可知内层“min”模型值只与 u 有关系，因此得到：

$$R(\beta) = \max_{P_g \in \Omega} -C(P_g) - \beta \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} + \{\min_{u \in \Theta} u^T P_g\} \quad (15)$$

进而建立内层“min”模型的 Lagrange 函数可以表示为式(16)，由 KKT 条件可知，最优值可表示为式(17)。

$$L = \bar{u}^T P_g + \lambda [(u - \bar{u})^T \bar{\Sigma}^{-1} (u - \bar{u}) - \xi] \quad (16)$$

$$\{\min_{u \in \Theta} u^T P_g\} = \bar{u}^T P_g - \sqrt{\xi} \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \quad (17)$$

将式(17)带入式(15)，可得鲁棒均值方差模型为

$$R(\beta) = \max_{P_g \in \Omega} \bar{u}^T P_g - C(P_g) - (\beta + \sqrt{\xi}) \sqrt{P_g^T \bar{\Sigma} P_g} \quad (18)$$

3 鲁棒代价分析

对比式(18)建立的鲁棒均值方差模型和式(11)的均值方差模型不难发现，模型式(18)和式(11)具有相同的优化模型形式，不同的是风险系数 β 发生了改变，并且对于相同的 β^0 ，有 $R(\beta^0) = F(\beta^0 + \sqrt{\xi})$ 。由 β 的定义可知， β 越大，相应的风险和收益会变小，因此得如下结论。

结论 1 采用鲁棒均值方差模型得到的结果相当于

风险系数增加 $\sqrt{\xi}$ 的均值方差模型,使得风险和收益与非鲁棒均值方差模型相比同时降低。

其次,对于 β^0 下的鲁棒均值方差模型,根据结论1,优化结果相当于 $\beta^0 + \sqrt{\xi}$ 的均值方差结果,因此风险可表示为

$$r_r(\beta^0) = \sqrt{\mathbf{P}_g^T(\beta^0 + \sqrt{\xi})\bar{\Sigma}\mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi})} \quad (19)$$

化简可得:

$$r_r(\beta^0) = c_r(\beta^0 + \sqrt{\xi}) \quad (20)$$

收益则可以表示为

$$r_p(\beta^0) = \mathbf{u}^T \mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi}) - C(\mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi})) = \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi}) - C(\mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi})) - \sqrt{\xi} \sqrt{\mathbf{P}_g^T(\beta^0 + \sqrt{\xi})\bar{\Sigma}\mathbf{P}_g(\beta^0 + \sqrt{\xi})} \quad (21)$$

化简后可得:

$$r_p(\beta^0) = c_p(\beta^0 + \sqrt{\xi}) - \sqrt{\xi} c_r(\beta^0 + \sqrt{\xi}) \quad (22)$$

如果直接以 β^0 为风险系数,传统模型的收益和风险可由式(8)和式(9)求出,将两者进行比较,得到鲁棒模型对收益和风险的影响如式(23)和式(24)所示,可知风险和收益均有所降低。

$$r_p(\beta^0) - c_p(\beta^0) = (c_p(\beta^0 + \sqrt{\xi}) - c_p(\beta^0)) - \sqrt{\xi} c_r(\beta^0 + \sqrt{\xi}) \quad (23)$$

$$r_r(\beta^0) - c_r(\beta^0) = (c_r(\beta^0 + \sqrt{\xi}) - c_r(\beta^0)) \quad (24)$$

结论2 鲁棒模型对收益的损失包括2部分:一是风险系数增加 $\sqrt{\xi}$ 后造成的收益损失;二是额外损失 $\sqrt{\xi} \sqrt{\mathbf{P}_g^T \bar{\Sigma} \mathbf{P}_g}$;鲁棒模型对风险的降低为风险系数增加 $\sqrt{\xi}$ 后造成的风险降低量。

进一步对鲁棒风险和收益进行分析,由风险系数的定义可知, $c_p(\beta), r_p(\beta), c_r(\beta)$ 和 $r_r(\beta)$ 均随 β 增加而降低,因此为 β 的不增函数;另一方面,由式(8)、(9)、(20)和(22)的定义可知,由于发电机的出力是有界的,4个函数均为有界函数。根据泛函分析^[20],单调有界数列必有极限,并且该数列必为柯西数列。以 $c_p(\beta)$ 为例说明,即 $\forall \varepsilon > 0, \exists \beta_+ > 0$,对于 $\forall \beta_1, \beta_2 > \beta_+$ 有 $|c_p(\beta_1) - c_p(\beta_2)| < \varepsilon$,并且有 $\lim_{\beta \rightarrow \infty} c_p(\beta) = c_p(+\infty) < +\infty$ 。

结论3 当风险系数 β 很大时,由式(24)可知,鲁棒对风险的降低会逐渐趋于0,而由式(23)可知,鲁棒对收益的降低会趋于 $\sqrt{\xi}$ 倍的风险(即 $\sqrt{\xi} c_p(+\infty)$)。

4 鲁棒均值方差模型求解方法

由于鲁棒均值方差模型与非鲁棒均值方差模型具有相同的优化模型形式,因此只需研究模型式(11)的求解方法即可。很明显,模型式(11)为一个凸规划问题,但目标函数中含有2-范数形式,因此可采用二阶锥规划(second order cone programming, SOCP)或者半正定规划(semi-definite programming, SDP)进行求解。

1) 二阶锥规划形式。

文献[21]指出,对于 n 维向量 \mathbf{x} ,二阶锥的形式包括2种:一种是二次锥,定义如式(25);另一种是旋转二次锥,定义如式(26)。但旋转二次锥可以通过式(27),引入一个新的哑变量 s ,转化为二次锥,一般建议采用二次锥来替换旋转二次锥,可以在一定程度上提高计算效率。为此,二阶锥规划则是目标函数为线性,约束条件包括线性不等式,线性等式和二阶锥约束的优化模型。

$$x_1^2 \geq \sum_{i=2}^n x_i^2, \quad x_1 \geq 0 \quad (25)$$

$$2x_1 x_2 \geq \sum_{i=3}^n x_i^2, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (26)$$

$$s^2 \geq \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 = s \quad (27)$$

式(11)的模型可等价于

$$\begin{cases} F(\beta) = \max_{\mathbf{P}_g, y, s} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{P}_g - \sum_{i=1}^{N_g} (b_i P_{g,i} + c_i) - \beta y \\ \text{s.t. } \sqrt{\mathbf{P}_g^T \bar{\Sigma} \mathbf{P}_g} \leq y \\ \sum_{i=1}^{N_g} a_i P_{g,i}^2 \leq s \\ s \geq 0 \\ \mathbf{P}_g \in \Omega \end{cases} \quad (28)$$

由于协方差矩阵为半正定矩阵,因此可唯一将其进行Cholesky分解为 $\bar{\Sigma} = (\sqrt{\bar{\Sigma}})^T \sqrt{\bar{\Sigma}}$,并通过引入哑变量,将模型进一步转为标准锥形式:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N_g} v_i^2 \leq y^2 \\ \mathbf{v} = \sqrt{\bar{\Sigma}} \mathbf{P}_g \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} p^2 + q^2 + \sum_{i=1}^{N_g} w_i^2 \leq s^2 \\ p = 1 \\ w_i = \sqrt{a_i} P_{g,i} \\ 2s = t + 2 \\ q = s - 1 \end{cases} \quad (30)$$

则最终标准的二阶锥规划模型可描述为式(31)所示的 SOCP 模型，该优化模型可采用原始-对偶内点法有效求解。

$$\begin{cases} F(\beta) = \max_{P_g, y, s} \bar{u}^T P_g - \sum_{i=1}^{N_g} (b_i P_{g,i} + c_i) - \beta y, P_g \in \Omega \\ \sum_{i=1}^{N_g} v_i^2 \leq y^2, v = \sqrt{\Sigma} P_g \\ p^2 + q^2 + \sum_{i=1}^{N_g} w_i^2 \leq s^2, p=1, w_i = \sqrt{a_i} P_{g,i} \\ 2s = t + 2, q = s - 1 \end{cases} \quad (31)$$

2) 半正定规划形式。

半正定规划以线性函数为目标，约束中包含线性等式，不等式约束和半正定矩阵约束^[22]。首先，通过引入哑变量，将式(11)的优化模型进行等价转化，可表示为

$$\begin{cases} F(\beta) = \max_{P_g, y, s, t} t \\ \text{s.t. } \bar{u}^T P_g - s - \beta y \leq t, P_g \in \Omega \\ C(P_g) \leq s, P_g^T \Sigma P_g \leq y^2 \end{cases} \quad (32)$$

进而将模型的后 2 个约束转化为半正定矩阵约束：

$$\begin{bmatrix} I & AP_g \\ P_g^T A^T & -c - b^T P_g + s \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} yI & \sqrt{\Sigma} P_g \\ P_g^T (\sqrt{\Sigma})^T & y \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (34)$$

式中“ \succeq ”表示矩阵为半正定约束。

因此，最终半正定规划的标准模型可描述为式(35)所示的 SDP 模型。该优化模型也可通过原始-对偶内点法求解或将其转为对偶问题，即线性矩阵不等式问题(linear matrix inequalities, LMI)来求解。

$$\begin{cases} F(\beta) = \max_{P_g, y, s, t} t \\ \text{s.t. } \bar{u}^T P_g - s - \beta y \leq t, P_g \in \Omega \\ \begin{bmatrix} I & AP_g \\ P_g^T A^T & -c - b^T P_g + s \end{bmatrix} \succeq 0 \\ \begin{bmatrix} yI & \sqrt{\Sigma} P_g \\ P_g^T (\sqrt{\Sigma})^T & y \end{bmatrix} \succeq 0 \end{cases} \quad (35)$$

需要说明的是，一般而言，原始-对偶内点法对 SOCP 问题的求解效率要优于 SDP 问题，因此在决策者拥有原始-对偶内点法求解器的情况下，可

优先选择 SOCP 模型进行求解，若没有该求解器时，则可采用线性矩阵不等式求解器来求解 SDP 优化模型。

5 算例验证

首先采用 30 节点测试系统对本文所提出的鲁棒均值方差模型进行验证和分析，该系统共有 6 台发电机，其参数如文献[13]所示，而节点电价的预测值和协方差矩阵可采用文献[23]的数据。设置式(13)中统计参数为 $\xi=1$ 和 $\xi=10$ 两种情况，使用鲁棒均值方差模型和非鲁棒均值模型分别进行仿真，令 β 从 0 到 $+\infty$ 变化，得到收益、方差随风险系数 ξ 的变化曲线如图 1—4 所示；收益与风险的 Pareto 前沿如图 5、6 所示。可以看出，随着风险系数的增加，收益和风险都随之下降，这符合市场“高风险高收益”的准则。其次，采用鲁棒模型后，风险和收益比非鲁棒均值方差模型同时降低，验证了结论 1。随着 β 的增加，鲁棒模型和非鲁棒模型的相差量先增加后减小，其中风险相差量趋于 0，

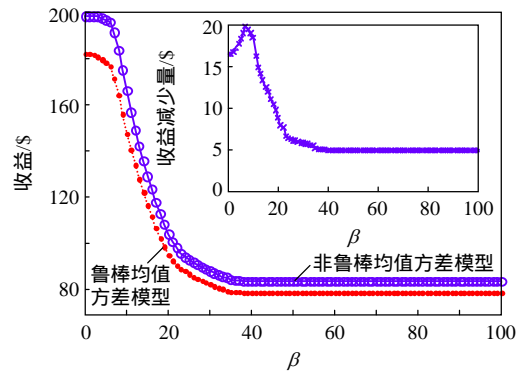


图 1 收益与风险系数的关系($\xi=1$)
Fig. 1 Relationship between profit and risk coefficient with $\xi=1$

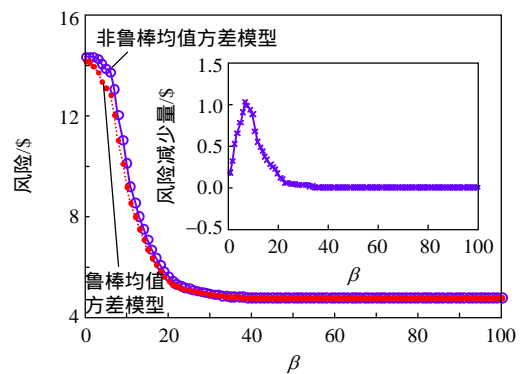


图 2 风险与风险系数的关系($\xi=1$)
Fig. 2 Relationship between risk and risk coefficient with $\xi=1$

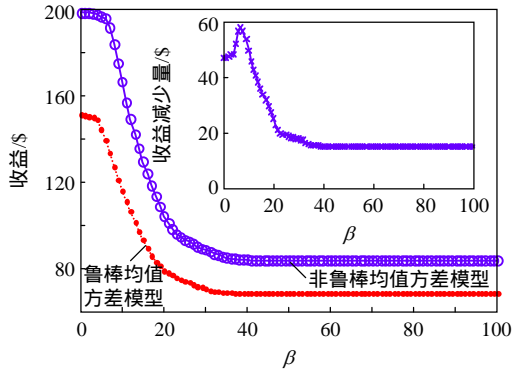


图3 收益与风险系数的关系($\xi=10$)

Fig. 3 Relationship between profit and risk coefficient with $\xi=10$

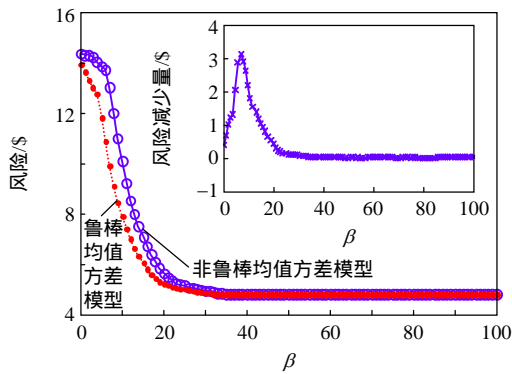


图4 风险与风险系数的关系($\xi=10$)

Fig. 4 Relationship between risk and risk coefficient with $\xi=10$

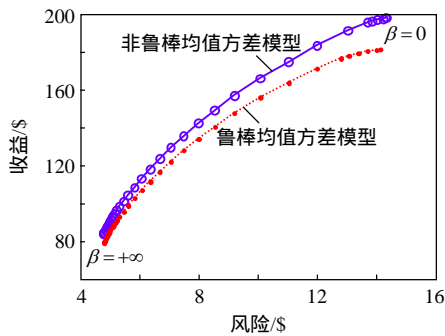


图5 收益与风险的 Pareto 前沿($\xi=1$)

Fig. 5 Pareto front of profit and risk with $\xi=1$

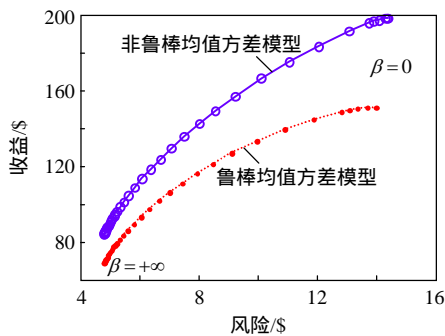


图6 收益与风险的 Pareto 前沿($\xi=10$)

Fig. 6 Pareto front of profit and risk with $\xi=10$

而收益相差量则趋于一个常数，验证了结论 3。对比图 1 和 3 可以看出， ξ 增大，鲁棒模型与非鲁棒模型的收益相差量增加。对比图 2 和 5 可以看出，当 β 很大时，鲁棒模型与非鲁棒模型的风险相差量总是趋于 0，与 ξ 的变化关系不大。这表明，在给定 ξ 情况下，对于选择 β 较大的发电商，采用鲁棒模型替代非鲁棒模型，其对于风险和收益的损失比选择 β 较小的发电商都相对较小。而在给定 β 的情况下，不同 ξ 的发电商采用鲁棒模型替代非鲁棒模型，收益和风险都随 ξ 增加而减小，而当 β 很大时，虽然收益随 ξ 增加而减小，但风险基本保持不变。

另外需要说明的是，统计参数 ξ 实际上反映了决策者对节点电价预测的不确定程度，从公式(13)的形式上看，节点电价所属的不确定集为椭球形式，而 ξ 越大说明不确定集越大。但值得注意的是，当采用鲁棒分析时(即不确定集最差情况下求最优)， ξ 对收益的影响大于对风险的影响，特别是在 β 很大时，风险基本不受影响。

表 1 给出在 $\xi=10$ 下，各台发电机出力的优化结果，可以看出，发电厂商更追求小风险，随着风险系数 β 的增加，总的发电量随之减少，而根据结论 1，采用鲁棒模型相当于增加风险系数，则在鲁棒模型中，随着 β 的增加，发电机总发电量减少的速度更快。

表 1 鲁棒和非鲁棒均值方差模型的发电量对比
Tab. 1 Comparison of robust and non-robust mean-variance model for generation

β	P_1 /MW		P_2 /MW		P_3 /MW	
	鲁棒	非鲁棒	鲁棒	非鲁棒	鲁棒	非鲁棒
0	19.3233	21.1646	30.9864	31.3310	14.8416	14.7727
5	13.7472	17.4905	24.7026	29.0220	12.1515	13.6360
10	10.0000	11.2353	16.7696	21.5417	10.0000	11.1268
15	10.0000	10.0000	11.6522	14.5883	10.0000	10.0000
20	10.0000	10.0000	10.0002	10.3625	10.0000	10.0000
25	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000
30	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000	10.0000

β	P_4 /MW		P_5 /MW		P_6 /MW	
	鲁棒	非鲁棒	鲁棒	非鲁棒	鲁棒	非鲁棒
0	52.7019	55.0000	28.5511	30.0000	39.9999	36.9317
5	46.1365	55.0000	26.4673	30.0000	32.6075	36.0426
10	27.6672	37.8335	17.9941	23.0906	24.1109	29.4857
15	18.6455	23.6513	12.7953	15.7576	17.6418	21.4404
20	14.2414	16.5544	10.0208	11.5089	13.7671	15.8965
25	12.2941	13.4231	10.0000	10.0000	11.8080	12.9585
30	10.9809	11.7579	10.0000	10.0000	10.4192	11.2500

上述仿真证明结论 1 和 2 的定性关系，为定量分析结论 2 和 3 的关系，设计仿真思路如下：将 β 从 0 以 $\sqrt{\xi}$ 为步长增加，则形成序列 $\{0, \sqrt{\xi}, 2\sqrt{\xi}, \dots, n\sqrt{\xi}\}$ ，分别得到均值方差模型的收益和风险结果序列和鲁棒均值方差模型的收益和风险结果序列。表 2 给出当 $\xi=9$ 时(即 $\sqrt{\xi}=3$)的结果。可以看出，关系式 $r_r(n)=c_r(n+1)$ 和 $r_p(n)=c_p(n+1)-3c_r(n+1)$ 总成立，证明式(23)和(24)成立，并且 c_r 趋于 4.80，此时有 c_p-r_p 趋于 14.40，即等于 $3c_r(+\infty)$ ； c_r-r_r 趋于 0，定量验证了结论 3。

最后，分别采用文中的 2 种方法在主频为 2.5 GHz，内存 2 GB，内嵌 CPLEX12.4 和 SEDUMI 软件包^[21]的计算机上进行计算。CPLEX 采用原始-对偶内点法求解 SOCP 问题，SEDUMI 用来求解 SDP 问题，对 10~100 台发电机的情况进行时间测试，图 7 给出 SOCP 和 SDP 对于不同发电机台数的计算效率曲线。可以发现，SOCP 的效率总高于 SDP，2 种算法的时间效率均随着规模的增加而增

加，但 SOCP 计算时间的增加相对 SDP 较缓慢。

6 结论

文章提出发电厂自调度优化模型，针对电价的不确定性，以最大化发电收益和最小化风险为双目标，建立鲁棒均值方差模型，并采用二阶锥规划获得多目标优化的 Pareto 前沿。通过对比鲁棒和非鲁棒均值方差优化模型可得到如下结论：

- 1) 采用鲁棒均值方差模型得到的结果相当于增加了风险系数的均值方差模型，从而使得风险和收益比采用非鲁棒均值方差模型同时降低；
- 2) 鲁棒模型对收益的损失包括 2 部分：一是风险系数增加后造成的收益损失，二是额外损失。鲁棒模型对风险的降低为增加风险系数后造成的风险降低量；
- 3) 当风险系数很大时，鲁棒对风险的降低会逐渐趋于 0，而鲁棒对收益的降低量会趋于风险的一个倍数。

参考文献

[1] 姚建刚,唐捷,李西泉,等.发电侧电力市场竞价交易模式的研究[J].中国电机工程学报,2004,24(5):78-83. Yao Jiangang, Tang Jie, Li Xiquan, et al. Research on bidding model in a generation-side power market[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(5):78-83(in Chinese).

[2] 康重庆,白利超,夏清,等.电力市场中发电商的风险决策[J].中国电机工程学报,2004,24(8):1-6. Kang Chongqing, Bai Lichao, Xia Qing, et al. Risk decision-making of generations in electricity market[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8):1-6(in Chinese).

[3] 刘敏,吴复立.电力市场环境下发电商电能分配策略研究[J].中国电机工程学报,2008,28(25):111-117. Liu Min, Wu Fuli. Trading strategy of generation companies in electricity market[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25):111-117(in Chinese).

[4] Jorion P. Portfolio optimization in practice[J]. USA: Financial Analysts Journal, 1992, 48(1):68-74.

[5] Meucci A. Risk and asset allocation[M]. Springer, 2009.

[6] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of risk, 2000(2):21-42.

[7] Talay D, Zheng Z. Worst case model risk management[J]. Finance and Stochastics, 2002, 6(4):517-537.

[8] Goldfarb D, Iyengar G. Robust portfolio selection problems[J]. Mathematics of Operations Research, 2003, 28(1):1-38.

[9] De La Torre S, Arroyo J M, Conejo A J, et al. Price maker self-scheduling in a pool-based electricity market: a

表 2 鲁棒与非鲁棒模型比较

Tab. 2 Comparison of robust and non-robust model

n	β	c_p	c_r	r_p	r_r	c_p-r_p	c_r-r_r
0	0	196.01	14.17	153.59	14.00	42.42	0.17
1	3	195.59	14.00	152.19	13.09	43.40	0.91
2	6	191.47	13.09	142.15	11.03	49.32	2.06
3	9	175.26	11.03	123.73	8.54	51.53	2.49
4	12	149.36	8.54	108.46	7.07	40.90	1.47
5	15	129.68	7.07	95.19	6.08	34.49	0.99
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	33	86.45	4.86	70.45	4.82	16.00	0.04
12	36	84.91	4.82	69.95	4.81	14.96	0.01
13	39	84.36	4.81	69.77	4.80	14.96	0.01
14	42	84.17	4.80	69.77	4.80	14.40	0.00
15	45	84.17	4.80	69.77	4.80	14.40	0.00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

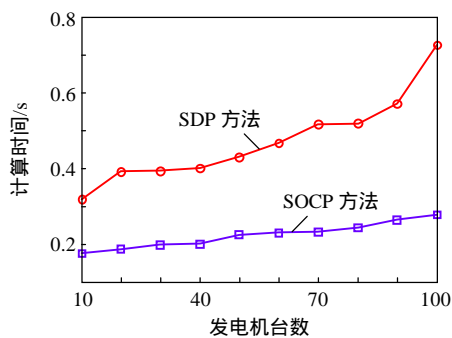
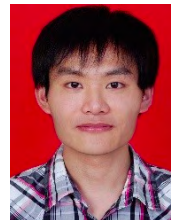


图 7 SOCP 和 SDP 2 种方法的计算时间对比

Fig. 7 Computational comparison of SOCP and SDP

- mixed-integer LP approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2002, 17(4): 1037-1042.
- [10] Yamin H Y, Shahidehpour S M. Risk and profit in self-scheduling for GenCos[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(4): 2104-2106.
- [11] Mohammadi-Ivatloo B, Zareipour H, Amjady N, et al. Application of information-gap decision theory to risk-constrained self-scheduling of GenCos[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 1093-1102.
- [12] Jabr R A. Robust self-scheduling under price uncertainty using conditional value-at-risk[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(4): 1852-1858.
- [13] Jabr R A. Self-scheduling under ellipsoidal price uncertainty: conic-optimization approach[J]. IET generation, transmission & distribution, 2007, 1(1): 23-29.
- [14] Jabr R A. Worst-case robust profit in generation self-scheduling[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(1): 492-493.
- [15] Singh K, Padhy N P, Sharma J. Influence of price responsive demand shifting bidding on congestion and LMP in pool-based day-ahead electricity markets[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(2): 886-896.
- [16] Ruiz C, Conojo A J, Bertsimas D J. Revealing rival marginal offer prices via inverse optimization[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 3056-3064.
- [17] Ruiz C, Conejo A J, Smeers Y. Equilibria in an oligopolistic electricity pool with stepwise offer curves[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2012, 27(2): 752-761.
- [18] Conejo A J, Nogales F J, Arroyo J M, et al. Risk-constrained self-scheduling of a thermal power producer[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(3): 1569-1574.
- [19] Zhu L, Coleman T F, Li Y. Min-max robust CVaR robust mean-variance portfolios[J]. Journal of Risk, 2009, 11(3): 55.
- [20] 步尚全. 泛函分析基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- Bu Shangquan. Functional analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011(in Chinese).
- [21] 全然, 韦化, 简金宝. 求解大规模机组组合问题的二阶锥规划方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(25): 101-107.
- Quan ran, Wei Hua, Jian Jinbao. Solution of large scale unit commitment by second-order cone programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(25): 101-107(in Chinese).
- [22] Vandenberghe L, Boyd S. Semidefinite programming[J]. SIAM review, 1996, 38(1): 49-95.
- [23] Zimmerman R D, Murillo-Sánchez C E, Thomas R J. Matpower: steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J]. IEEE Transactions Power Systems, 2011, 26(1): 12-19.



丁涛

收稿日期: 2014-03-08。

作者简介:

丁涛(1986),男,博士研究生,田纳西大学访问学者,主要研究方向为电力系统电压稳定、电力系统优化运行及电力系统调度自动化, yuhan19860601@sina.com;

柏瑞(1978),男,博士,主要研究方向为电力系统优化、输电网规划;

孙宏斌(1969),男,教授,博士生导师,主要研究方向为电网调度、调度智能化和无功电压优化控制;

黄灿(1986),男,博士研究生,主要研究方向为新能源测控技术与电力系统优化;

李方兴(1973),男,博士,副教授,博士生导师,主要研究方向为智能电网、电力市场、电力系统优化运行。

(编辑 李泽荣)